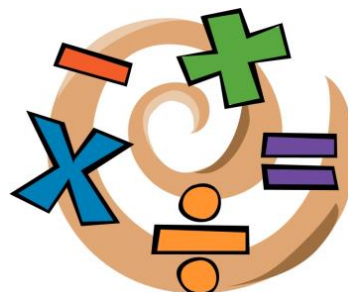


แบบฝึกเสริมทักษะคณิตศาสตร์  
เรื่องระบบจำนวนจริง  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เล่มที่ 1

จำนวนจริงและสมบัติของระบบจำนวนจริง  
แบบฝึกเสริมทักษะที่ 1.1



## เกร็ดความรู้

### จำนวนจริง (Real Numbers)

จำนวนจริง (Real Numbers) ประกอบด้วยจำนวน 2 ชนิด คือ จำนวนตรรกยะ และจำนวนอตรรกยะ

จำนวนตรรกยะ เป็นจำนวนที่เขียนได้ในรูปเศษส่วน  $\frac{a}{b}$  โดยที่  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนเต็ม และ  $b \neq 0$

#### ตัวอย่างของจำนวนตรรกยะ

1. จำนวนเต็ม ได้แก่  $\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$
2. จำนวนที่เขียนในรูปเศษส่วนของจำนวนเต็มและตัวส่วนไม่เป็นศูนย์ เช่น  $\frac{1}{2}, 3\frac{1}{6}, -\frac{3}{4}$
3. จำนวนที่เขียนในรูปทศนิยมซ้ำ เช่น  $0.5, 0.1252525\dots, 2.\dot{4}3, 5.46\dot{5}$

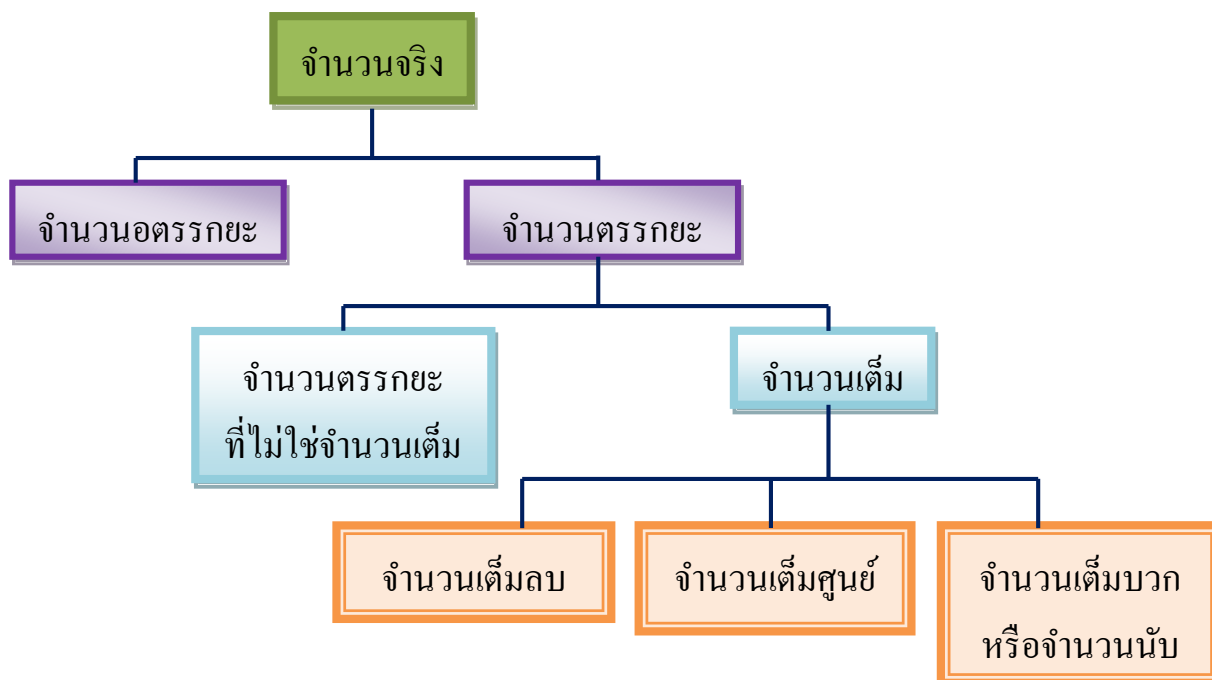
จำนวนอตรรกยะ เป็นจำนวนที่ไม่สามารถเขียนในรูปเศษส่วนของจำนวนเต็มที่ตัวส่วนไม่เป็นศูนย์ได้ แต่เขียนได้ในรูปทศนิยมไม่ซ้ำและสามารถกำหนดค่าโดยประมาณได้

#### ตัวอย่างของจำนวนอตรรกยะ

1. จำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์ ที่เมื่อหาค่าแล้วไม่เป็นจำนวนอตรรกยะ เช่น  $\sqrt{2}, \sqrt[3]{4}$
2. จำนวนที่อยู่ในรูปทศนิยมไม่ซ้ำ เช่น  $0.125693\dots, 0.121221222\dots$
3.  $\pi$



## แผนผังแสดงความสัมพันธ์ของจำนวนชนิดต่าง ๆ



**ตัวอย่าง** จงพิจารณาว่า จำนวนจริงที่กำหนดให้ จำนวนเต็มบวก เป็นจำนวนตรรกยะ หรือจำนวนอตรรกยะ

1.  $2.555 \dots$

จำนวนตรรกยะ

2.  $3.121121112 \dots$

จำนวนอตรรกยะ

3.  $\sqrt[3]{-8} = -2$

จำนวนตรรกยะ

4.  $\frac{\sqrt{64}}{\sqrt{4}} = 4$

จำนวนตรรกยะ

5.  $8 + \sqrt{7}$

จำนวนอตรรกยะ

1 คือจำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุด  
-1 คือจำนวนเต็มลบที่มากที่สุดนะครับ



### แบบฝึกเสริมทักษะที่ 1.1

1. ให้ระบุว่าจำนวนที่กำหนดให้เป็นจำนวนชนิดใดบ้าง โดยเขียนเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องว่าง

ข้อ	จำนวน	จำนวน ตรรกยะ	จำนวน อตรรกยะ	จำนวน เต็ม	จำนวน นับ	จำนวน จริง
1.	-1					
2.	0					
3.	$\frac{3}{5}$					
4.	-1.36					
5.	0.333...					
6.	$\sqrt{2}$					
7.	$\pi$					
8.	$\sqrt{11}$					
9.	-1.1412					
10.	$\frac{22}{7}$					
11.	$\sqrt{5} - \sqrt{5}$					
12.	$\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$					
13.	$\sqrt[3]{-64}$					
14.	$\sqrt{(-5)^2}$					
15.	$\sqrt{25} - \sqrt{9}$					
16.	$2\sqrt{7}$					
17.	1.732					
18.	0.101001...					

2. ให้เขียนเครื่องหมาย ✓ ลงหน้าข้อความที่เป็นจริง และเขียน  
เครื่องหมาย ✗ ลงหน้าข้อความที่เป็นเท็จ

- 1) 0.035 เป็นจำนวนตรรกยะ
- 2) 0.022022022... เป็นจำนวนตรรกยะ
- 3) 0.45445444544445... เป็นจำนวนตรรกยะ
- 4) 0 เป็นจำนวนนับ
- 5)  $\sqrt{9} + \sqrt{16}$  เป็นจำนวนนับ
- 6)  $\frac{\pi}{4}$  เป็นจำนวนตรรกยะ
- 7)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  เป็นจำนวนตรรกยะ
- 8)  $\sqrt{81}$  เป็นจำนวนตรรกยะ
- 9)  $\frac{0}{11}$  เป็นจำนวนตรรกยะ
- 10)  $\sqrt{\pi}$  เป็นจำนวนตรรกยะ
- 11) 8.41 เป็นจำนวนตรรกยะ
- 12) a เป็นจำนวนตรรกยะแล้ว  $\sqrt{a}$  เป็นจำนวนตรรกยะ
- 13) จำนวนตรรกยะคูณกับจำนวนอตรรกยะแล้วได้จำนวนตรรกยะ
- 14) จำนวนอตรรกยะคูณกับจำนวนอตรรกยะแล้วได้จำนวนตรรกยะ

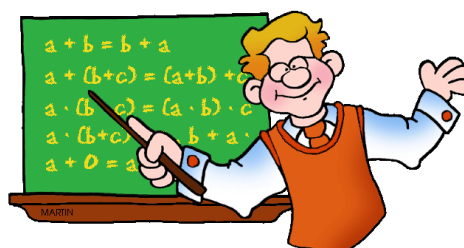


จำนวนจริงประกอบด้วยจำนวนตรรกยะ  
และอตรรกยะนะครับ

แบบฝึกเสริมทักษะคณิตศาสตร์  
เรื่องระบบจำนวนจริง  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เล่มที่ 1

จำนวนจริงและสมบัติของระบบจำนวนจริง  
แบบฝึกเสริมทักษะที่ 1.2



เกร็ดความรู้

## สมบัติของระบบจำนวนจริงเกี่ยวกับการบวก

การเท่ากันในระบบจำนวนจริง

สมบัติของการเท่ากัน

1. สมบัติการสะท้อน

$$a = a$$

2. สมบัติการสมมาตร

$$\text{ถ้า } a = b \text{ แล้ว } b = a$$

3. สมบัติการถ่ายทอด

$$\text{ถ้า } a = b \text{ และ } b = c \text{ แล้ว } a = c$$

4. สมบัติการบวกด้วยจำนวนเท่ากัน

$$\text{ถ้า } a = b \text{ แล้ว } a + c = b + c$$

5. สมบัติการคูณด้วยจำนวนเท่ากัน

$$\text{ถ้า } a = b \text{ แล้ว } ac = bc$$



**ตัวอย่างที่ 1** จงพิจารณาและบอกสมบัติของจำนวนจริงที่แสดงว่า

(1) ถ้า  $a = b$  และ  $b = 7$  แล้ว  $a = 7$

สมบัติการถ่ายทอด

(2) ถ้า  $x - 9 = 15$  แล้ว  $x = 24$

สมบัติการบวกด้วยจำนวนที่เท่ากัน

(3) ถ้า  $\frac{x}{8} = 5$  แล้ว  $x = 40$

สมบัติการคูณด้วยจำนวนที่เท่ากัน

## สมบัติของระบบจำนวนจริงเกี่ยวกับการบวก

กำหนดให้  $a, b$  และ  $c$  เป็นจำนวนจริงใดๆ

### 1. สมบัติปิดของการบวก

ถ้า  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริงแล้ว  $a + b$  เป็นจำนวนจริงด้วย

### 2. สมบัติการสลับที่ของการบวก

$$a + b = b + a$$

### 3. สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการบวก

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

### 4. สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการบวก

จำนวนจริงที่นำมาบวกกับจำนวนจริง  $a$  แล้วได้ผลลัพธ์เท่ากับ  $a$  เรียกว่า จำนวนจริงที่นำมาบวกว่า **เอกลักษณ์การบวก** ในระบบจำนวนจริงมี **เอกลักษณ์การบวกจำนวนเดียว** คือ  $0$

### 5. สมบัติการมีอินเวอร์สของการบวก

จำนวนจริงที่บวกกับจำนวนจริง  $a$  แล้วได้ผลลัพธ์เป็น  $0$  คือ  $-a$  เรียกว่า **อินเวอร์สการบวก** ของ  $a$

## ตัวอย่างที่ 2 จงบอกสมบัติของจำนวนจริงที่แสดงว่า

(1)  $6 + 5$  เป็นจำนวนจริง

สมบัติปิดของการบวก

(2)  $0 + 9 = 9 + 0 = 9$

สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการบวก

(3)  $5 + (-5) = 0$

สมบัติการมีอินเวอร์สของการบวก



**ตัวอย่างที่ 3** จงหาอินเวอร์สการบวกของจำนวนต่อไปนี้

$$(1) -\sqrt{3} \qquad (2) \sqrt{5}-1 \qquad (3) \frac{2}{\sqrt{5}}$$

**วิธีทำ** (1) อินเวอร์สการบวกของ  $-\sqrt{3}$  คือ  $-(-\sqrt{3}) = \sqrt{3}$

(2) อินเวอร์สการบวกของ  $\sqrt{5}-1$  คือ  $-(\sqrt{5}-1) = -\sqrt{5}+1$

(3) อินเวอร์สการบวกของ  $\frac{2}{\sqrt{5}}$  คือ  $-\frac{2}{\sqrt{5}} = -\frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$   
 $= -\frac{2\sqrt{5}}{5}$

พร้อมที่จะทำแบบฝึกหัดกันแล้ว  
 ใจไหมครับ.....ไปกันเลยครับ...



## แบบฝึกเสริมทักษะที่ 1.2

1. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้เป็นจริงตามสมบัติการเท่ากันข้อใด  
(กำหนดตัวแปรแต่ละตัวเป็นจำนวนจริง) โดยเลือกตัวอักษรหน้าสมบัติเติมลง  
หน้าข้อความในแต่ละข้อให้ถูกต้อง

- ก. สมบัติการสะท้อน  
ข. สมบัติการสมมาตร  
ค. สมบัติการถ่ายทอด  
ง. สมบัติการบวกด้วยจำนวนเท่ากัน  
จ. สมบัติการคูณด้วยจำนวนเท่ากัน



- 1)  $2x + y = 2x + y$   
 2) ถ้า  $x = y + z$  แล้ว  $y + z = x$   
 3) ถ้า  $2 + 3 = 5$  แล้ว  $(2 + 3) + 4 = 5 + 4$   
 4) ถ้า  $2 + 3 = 5$  และ  $5 = 4 + 1$  แล้ว  $2 + 3 = 4 + 1$   
 5) ถ้า  $b = -3$  แล้ว  $2 \times b = 2 \times (-3)$   
 6) ถ้า  $2y = x + z$  และ  $x + z = 8$  แล้ว  $2y = 8$   
 7) ถ้า  $2x = 6y$  แล้ว  $x = 3y$   
 8) ถ้า  $x + 2 = 3y$  แล้ว  $x + 7 = 3y + 5$   
 9) ถ้า  $5b = 5b$   
 10) ถ้า  $4 + (-3) = 1$  แล้ว  $1 = 4 + (-3)$

2. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้เป็นจริงตามสมบัติของระบบจำนวนจริงเกี่ยวกับการบวกข้อใด (กำหนดตัวแปรแต่ละตัวเป็นจำนวนจริง) โดยเลือกตัวอักษรหน้าสมบัติเติมลงหน้าข้อความในแต่ละข้อให้ถูกต้อง

ก. สมบัติปิดของการบวก

ข. สมบัติการสลับที่ของการบวก

ค. สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการบวก

ง. สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการบวก

จ. สมบัติการมีอินเวอร์สของการบวก



- 1)  $2 + \sqrt{2}$  เป็นจำนวนจริง
- 2)  $\pi + 1 = 1 + \pi$
- 3)  $-5 + 0 = 0 + (-5)$
- 4)  $-\sqrt{3} + \sqrt{3} = 0$
- 5)  $(1.2 + 2.3) + 3.4 = 1.2 + (2.3 + 3.4)$
- 6)  $x + (-x) = 0$
- 7)  $2y + \frac{y}{2} = \frac{y}{2} + 2y$
- 8)  $8 + \frac{1}{2} = 8\frac{1}{2} \in \mathbb{R}$
- 9)  $2a + b = b + 2a$
- 10)  $a + 0 = a$
- 11)  $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) + 3 = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{4} + 3\right)$
- 12)  $\sqrt{8} + (-2\sqrt{2}) = 0$
- 13)  $\left(-\frac{\pi}{2}\right) + 0 = -\frac{\pi}{2}$

3. จงหาอินเวอร์สการบวกของจำนวนต่อไปนี้

1) อินเวอร์สการบวกของ  $-\frac{1}{7}$  คือ

2) อินเวอร์สการบวกของ  $\sqrt{2}+1$  คือ

3) อินเวอร์สการบวกของ 1.732 คือ

4) อินเวอร์สการบวกของ  $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{5}$  คือ

5) อินเวอร์สการบวกของ  $-3\sqrt{2}$  คือ

6) อินเวอร์สการบวกของ  $-2.71$  คือ

7) อินเวอร์สการบวกของ  $|-3|$  คือ

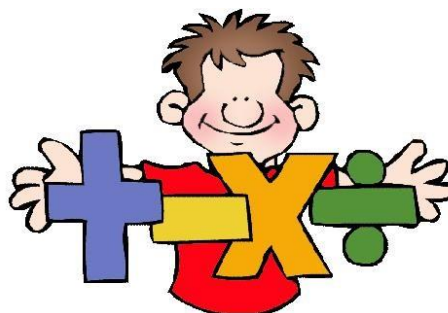


เอกลักษณ์การบวกคือ 0  
เอกลักษณ์การคูณคือ 1 จำแม่น ๆ นะครับ

แบบฝึกเสริมทักษะคณิตศาสตร์  
เรื่องระบบจำนวนจริง  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เล่มที่ 1

จำนวนจริงและสมบัติของระบบจำนวนจริง  
แบบฝึกเสริมทักษะที่ 1.3



## เกร็ดความรู้

### สมบัติของระบบจำนวนจริงเกี่ยวกับการคูณ

#### สมบัติของระบบจำนวนจริงเกี่ยวกับการคูณ

กำหนดให้  $a, b$  และ  $c$  เป็นจำนวนจริงใด ๆ

##### 1. สมบัติปิดของการคูณ

ถ้า  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริงแล้ว  $ab$  เป็นจำนวนจริงด้วย

##### 2. สมบัติการสลับที่ของการคูณ

$$ab = ba$$

##### 3. สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการคูณ

$$a(bc) = (ab)c$$

##### 4. สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการคูณ

จำนวนจริงที่นำมาคูณกับจำนวนจริง  $a$  แล้วได้ผลลัพธ์เท่ากับ  $a$  เรียกว่าจำนวนจริงที่นำมาคูณว่า **เอกลักษณ์การคูณ** ในระบบจำนวนจริงมีเอกลักษณ์การคูณจำนวนเดียว คือ  $1$

##### 5. สมบัติการมีอินเวอร์สของการคูณ

จำนวนจริงที่คูณกับจำนวนจริง  $a$  แล้วได้ผลลัพธ์เป็น  $1$  คือ  $a^{-1}$  เรียกว่า  $a^{-1}$  ว่าเป็นอินเวอร์สการคูณของ  $a$

### สมบัติการแจกแจง

ถ้า  $a, b$  และ  $c$  เป็นจำนวนจริง  $a(b+c) = ab + ac$  และ  $(b+c)a = ba + ca$

**ตัวอย่างที่ 1** กำหนดให้  $a, b$  และ  $c$  เป็นจำนวนจริง จงบอกสมบัติของจำนวนจริงที่แสดงว่า

$$(1) (ab)c = a(bc)$$

สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการคูณ

$$(2) 1 \times a = a$$

สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการคูณ

$$(3) \frac{4}{5} \times \frac{5}{4} = 1$$

สมบัติการมีอินเวอร์สของการคูณ

**ตัวอย่างที่ 2** จงหาอินเวอร์สการคูณของจำนวนต่อไปนี้

$$(1) -\frac{4}{5}$$

$$(2) \sqrt{7}$$

$$(3) \sqrt{5} + \sqrt{3}$$

**วิธีทำ** (1) อินเวอร์สการคูณของ  $-\frac{4}{5}$  คือ  $\frac{1}{-\frac{4}{5}} = -\frac{5}{4}$

(2) อินเวอร์สการคูณของ  $\sqrt{7}$  คือ  $\frac{1}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{7}$

(3) อินเวอร์สการคูณของ  $\sqrt{5} + \sqrt{3}$  คือ  $\frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} \times \frac{(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{(\sqrt{5} - \sqrt{3})}$

$$= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{5 - 3}$$

$$= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2}$$



$$a^{-1} = \frac{1}{a} \text{ เมื่อ } a \neq 0 \dots \text{ นะครับ}$$

### แบบฝึกเสริมทักษะที่ 1.3

1. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้เป็นจริงตามสมบัติของระบบจำนวนจริงเกี่ยวกับการคูณข้อใด (กำหนดตัวแปรแต่ละตัวเป็นจำนวนจริง) โดยเลือกตัวอักษรหน้าสมบัติเติมลงหน้าข้อความในแต่ละข้อให้ถูกต้อง

- ก. สมบัติปิดของการคูณ  
ข. สมบัติการสลับที่ของการคูณ  
ค. สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการคูณ  
ง. สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการคูณ  
จ. สมบัติการมีอินเวอร์สของการคูณ  
ช. สมบัติการแจกแจง



- 1)  $1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
- 2)  $\sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{2} \times \sqrt{3}$
- 3)  $\sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{6} \in \mathbb{R}$
- 4)  $2\sqrt{3} \times \frac{1}{2\sqrt{3}} = 1$
- 5)  $\frac{1}{\sqrt{5}} \times \sqrt{5} = 1$
- 6)  $(5 \times 2) \times 7 = 5 \times (2 \times 7)$
- 7)  $(-6) \times (-6)^{-1} = 1$
- 8)  $1 \times 1 = 1$
- 9)  $-\sqrt{5}x$  เป็นจำนวนจริง
- 10)  $(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})^{-1} = 1$



- 11)  $3(5+4) = (3 \times 5) + (3 \times 4)$
- 12)  $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{10}} \times \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{6}} = 1$
- 13)  $\frac{1}{2\sqrt{3}} + \frac{1}{2\sqrt{5}} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{5}} \right)$
- 14)  $(3 - \sqrt{3})(a - 2b + 1) = (a - 2b + 1)(3 - \sqrt{3})$

2. จงหาอินเวอร์สการคูณของจำนวนต่อไปนี้

1) อินเวอร์สการคูณของ  $-a$  คือ

2) อินเวอร์สการคูณของ  $\frac{1}{8}$  คือ

3) อินเวอร์สการคูณของ  $\sqrt{3} - \sqrt{2}$  คือ

4) อินเวอร์สการคูณของ  $\frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$  คือ

5) อินเวอร์สการคูณของ  $2\pi$  คือ

6) อินเวอร์สการคูณของ  $-5\sqrt{5}$  คือ

7) อินเวอร์สการคูณของ  $4$  คือ

8) อินเวอร์สการคูณของ  $-\frac{2}{\sqrt{3}}$  คือ

9) อินเวอร์สการคูณของ  $-1$  คือ

10) อินเวอร์สการคูณของ  $-\sqrt{3}$  คือ

**แบบทดสอบหลังเรียน**  
**เรื่อง จำนวนจริงและสมบัติของระบบจำนวนจริง**

คำชี้แจง : ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงข้อเดียวแล้วทำเครื่องหมาย ✕ ลงในกระดาษคำตอบ

1. จำนวนในข้อใดต่อไปนี้เป็นจำนวนตรรกยะทั้งหมด

ก.  $-1, \sqrt{5} + 1, 5.1$

ข.  $-1, \frac{\sqrt{2}}{5}, 1.732\dots$

ค.  $\pi, \frac{5}{2}, 1.414\dots$

ง.  $\frac{1}{3}, \frac{1}{7}, \frac{1}{11}$

2. ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

ก. 0 เป็นจำนวนเต็ม จำนวนตรรกยะ และจำนวนจริง

ข.  $1.333\dots$  เป็นจำนวนตรรกยะและจำนวนจริง

ค.  $4.999\dots$  เป็นจำนวนอตรรกยะ

ง.  $\sqrt{(-3)^2}$  เป็นจำนวนจริง

3. ข้อใดคืออินเวอร์สการบวกของ  $5 - \sqrt{7}$

ก.  $\sqrt{7} - 5$

ข.  $\sqrt{7} + 5$

ค.  $-5 - \sqrt{7}$

ง.  $\frac{1}{5 - \sqrt{7}}$

4. ข้อใดต่อไปนี้ไม่มีสมบัติการสลับที่ของการคูณ

ก.  $m(n + k) = mn + mk$

ข.  $(mn)k = k(mn)$

ค.  $(mn)k = m(nk)$

ง.  $(mn)k = (mn)k$



# Power Point ประกอบการสอน เล่มที่ 1

คำชี้แจง การเปิด file Power Point จะเปิดตามทิศทางของลูกศร

**เล่มที่ 1**

จำนวนจริงและสมบัติของระบบจำนวนจริง

**จำนวนจริง (Real Numbers)**

จำนวนจริง (Real Numbers) ประกอบด้วยจำนวน 2 ชนิด คือ จำนวนตรรกยะ และจำนวนอตรรกยะ

**ตัวอย่าง** จงพิจารณาว่า จำนวนจริงที่กำหนดให้ในข้อต่อไปนี้ เป็นจำนวนตรรกยะ หรือจำนวนอตรรกยะ

- 2.555 ... จำนวนตรรกยะ
- 3.121121112 ... จำนวนอตรรกยะ
- $\sqrt[3]{-8} = -2$  จำนวนตรรกยะ
- $\frac{\sqrt{64}}{\sqrt{4}} = 4$  จำนวนตรรกยะ
- $8 + \sqrt{7}$  จำนวนอตรรกยะ

**จำนวนตรรกยะ** เป็นจำนวนที่เขียนได้ในรูปเศษส่วน โดยที่ a และ b เป็นจำนวนเต็ม และ  $b \neq 0$

**ตัวอย่างของจำนวนตรรกยะ**

- จำนวนเต็ม ได้แก่  $\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$
- จำนวนที่เขียนในรูปเศษส่วนของจำนวนเต็มและตัวส่วนไม่เป็นศูนย์ เช่น  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{3}{4}, -\frac{3}{4}$
- จำนวนที่เขียนในรูปทศนิยมซ้ำ เช่น  $0.5, 0.1252525\dots, 2.43, 5.465$

**แบบฝึกเสริมทักษะที่ 1.1**

1. ให้ระบุจำนวนที่กำหนดให้เป็นจำนวนชนิดใดบ้าง โดยเขียนเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องว่าง

ข้อ	จำนวน	จำนวนตรรกยะ	จำนวนอตรรกยะ	จำนวนเต็ม	จำนวนนับ	จำนวนจริง
1.	-1	✓		✓		✓
2.	0	✓		✓		✓
3.	$\frac{3}{5}$	✓				✓
4.	-1.36	✓	✓			✓
5.	0.333...		✓			✓
6.	$\sqrt{2}$		✓			✓
7.	$\pi$		✓			✓
8.	$\sqrt{11}$					✓
9.	-1.1412	✓				✓

**จำนวนอตรรกยะ** เป็นจำนวนที่ไม่สามารถเขียนในรูปเศษส่วนของจำนวนเต็มที่ตัวส่วนไม่เป็นศูนย์ได้ แต่เขียนได้ในรูปทศนิยมไม่ซ้ำและสามารถกำหนดค่าโดยประมาณได้

**ตัวอย่างของจำนวนอตรรกยะ**

- จำนวนที่อยู่ในรูปกรณฑ์ ที่เมื่อหาค่าแล้วไม่เป็นจำนวนตรรกยะ เช่น  $\sqrt{2}, \sqrt[3]{4}$
- จำนวนที่อยู่ในรูปทศนิยมไม่ซ้ำ เช่น 0.125693..., 0.121221222...
- $\pi$

ข้อ	จำนวน	จำนวนตรรกยะ	จำนวนอตรรกยะ	จำนวนเต็ม	จำนวนนับ	จำนวนจริง
10.	$\frac{22}{7}$	✓				✓
11.	$\sqrt{5} - \sqrt{5}$	✓		✓		✓
12.	$\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$	✓		✓		✓
13.	$\sqrt[3]{-64}$	✓		✓		✓
14.	$\sqrt{(-5)^2}$	✓		✓		✓
15.	$\sqrt{25} - \sqrt{9}$		✓			✓
16.	$2\sqrt{7}$		✓			✓
17.	1.732		✓			✓
18.	0.101001...					✓

## files Power Point (ต่อ) ทิศทางเหมือนหน้า 22

2. ให้เขียนเครื่องหมาย ✓ ลงหน้าข้อความที่เป็นจริง และเขียนเครื่องหมาย ✗ ลงหน้าข้อความที่เป็นเท็จ

- 1) 0.035 เป็นจำนวนตรรกยะ
- 2) 0.022022022... เป็นจำนวนตรรกยะ
- 3) 0.454454444544445... เป็นจำนวนตรรกยะ
- 4) 0 เป็นจำนวนนับ
- 5)  $\sqrt{9} + \sqrt{16}$  เป็นจำนวนนับ
- 6)  $\frac{\pi}{4}$  เป็นจำนวนตรรกยะ
- 7)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  เป็นจำนวนตรรกยะ



**ตัวอย่างที่ 1** จงพิจารณาและบอกสมบัติของจำนวนจริงที่แสดงว่า

- (1) ถ้า  $a = b$  และ  $b = 7$  แล้ว  $a = 7$  สมบัติการถ่ายทอด
- (2) ถ้า  $x - 9 = 15$  แล้ว  $x = 24$  สมบัติการบวกด้วยจำนวนที่เท่ากัน
- (3) ถ้า  $\frac{x}{8} = 5$  แล้ว  $x = 40$  สมบัติการคูณด้วยจำนวนที่เท่ากัน



- 8)  $\sqrt{81}$  เป็นจำนวนตรรกยะ
- 9)  $\frac{0}{11}$  เป็นจำนวนตรรกยะ
- 10)  $\sqrt{\pi}$  เป็นจำนวนตรรกยะ
- 11) 8.41 เป็นจำนวนตรรกยะ
- 12)  $a$  เป็นจำนวนตรรกยะแล้ว  $\sqrt{a}$  เป็นจำนวนตรรกยะ
- 13) จำนวนตรรกยะคูณกับจำนวนอตรรกยะแล้วได้จำนวนตรรกยะ
- 14) จำนวนอตรรกยะคูณกับจำนวนอตรรกยะแล้วได้จำนวนตรรกยะ




**สมบัติของระบบจำนวนจริงเกี่ยวกับการบวก**

กำหนดให้  $a, b$  และ  $c$  เป็นจำนวนจริงใด ๆ

1. สมบัติปิดของการบวก ถ้า  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริงแล้ว  $a + b$  เป็นจำนวนจริงด้วย
2. สมบัติการสลับที่ของการบวก  $a + b = b + a$
3. สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการบวก  $a + (b + c) = (a + b) + c$
4. สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการบวก  
จำนวนจริงที่นำมาบวกกับจำนวนจริง  $a$  แล้วได้ผลลัพธ์เท่ากับ  $a$  เรียกจำนวนจริงที่นำมาบวกว่า เอกลักษณ์การบวก ในระบบจำนวนจริงมีเอกลักษณ์การบวกจำนวนเดียว คือ 0
5. สมบัติการมีอินเวอร์สของการบวก  
จำนวนจริงที่บวกกับจำนวนจริง  $a$  แล้วได้ผลลัพธ์เป็น 0 คือ  $-a$  เรียก  $-a$  ว่าเป็น อินเวอร์สการบวกของ  $a$

**สมบัติของระบบจำนวนจริงเกี่ยวกับการบวก**

**การเท่ากันในระบบจำนวนจริง**

**สมบัติของการเท่ากัน**

1. สมบัติการสะท้อน  $a = a$
2. สมบัติการสมมาตร ถ้า  $a = b$  แล้ว  $b = a$
3. สมบัติการถ่ายทอด ถ้า  $a = b$  และ  $b = c$  แล้ว  $a = c$
4. สมบัติการบวกด้วยจำนวนเท่ากัน ถ้า  $a = b$  แล้ว  $a + c = b + c$
5. สมบัติการคูณด้วยจำนวนเท่ากัน ถ้า  $a = b$  แล้ว  $ac = bc$



**ตัวอย่างที่ 2** จงบอกสมบัติของจำนวนจริงที่แสดงว่า

- 1)  $6 + 5$  เป็นจำนวนจริง สมบัติปิดของการบวก
- 2)  $0 + 9 = 9 + 0 = 9$  สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการบวก
- 3)  $5 + (-5) = 0$  สมบัติการมีอินเวอร์สของการบวก





# files Power Point (ต่อ) ทิศทางเหมือนหน้า 22

**ตัวอย่างที่ 3** จงหาอินเวอร์สการบวกของจำนวนต่อไปนี้


(1)  $-\sqrt{3}$       (2)  $\sqrt{5} - 1$       (3)  $\frac{2}{\sqrt{5}}$

**วิธีทำ**

(1) อินเวอร์สการบวกของ  $-\sqrt{3}$  คือ  $-(-\sqrt{3}) = \sqrt{3}$

(2) อินเวอร์สการบวกของ  $\sqrt{5} - 1$  คือ  $-(\sqrt{5} - 1) = -\sqrt{5} + 1$

(3) อินเวอร์สการบวกของ  $\frac{2}{\sqrt{5}}$  คือ  $-\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right) = -\frac{2}{\sqrt{5}}$



2. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าเป็นจริงตามสมบัติของระบบจำนวนจริงเกี่ยวกับการบวกข้อใด (กำหนดตัวแปรแต่ละตัวเป็นจำนวนจริง) โดยเลือกตัวอักษรหน้าสมบัติเติมลงหน้าข้อความในแต่ละข้อให้ถูกต้อง

ก. สมบัติปิดของการบวก  
ข. สมบัติการสลับที่ของการบวก  
ค. สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการบวก  
ง. สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการบวก  
จ. สมบัติการมีอินเวอร์สของการบวก



ก 1.  $2 + \sqrt{2}$  เป็นจำนวนจริง

ข 2.  $\pi + 1 = 1 + \pi$  เป็นจำนวนจริง

ง 3.  $-5 + 0 = 0 + (-5)$

จ 4.  $-\sqrt{3} + \sqrt{3} = 0$

ก 5.  $(1.2 + 2.3) + 3.4 = 1.2 + (2.3 + 3.4)$

**แบบฝึกเสริมทักษะที่ 1.2**

1. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าเป็นจริงตามสมบัติการเท่ากันข้อใด (กำหนดตัวแปรแต่ละตัวเป็นจำนวนจริง) โดยเลือกตัวอักษรหน้าสมบัติเติมลงหน้าข้อความในแต่ละข้อให้ถูกต้อง

ก. สมบัติการสะท้อน  
ข. สมบัติการสมมาตร  
ค. สมบัติการถ่ายทอด  
ง. สมบัติการบวกด้วยจำนวนเท่ากัน  
จ. สมบัติการคูณด้วยจำนวนเท่ากัน


ก 1)  $2x + y = 2x + y$

ข 2) ถ้า  $x = y + z$  แล้ว  $y + z = x$

ง 3) ถ้า  $2 + 3 = 5$  แล้ว  $(2 + 3) + 4 = 5 + 4$

ก 4) ถ้า  $2 + 3 = 5$  และ  $5 = 4 + 1$  แล้ว  $2 + 3 = 4 + 1$

จ 5) ถ้า  $b = -3$  แล้ว  $2 \times b = 2 \times (-3)$



จ 6.  $x + (-x) = 0$

ข 7.  $2y + \frac{y}{2} = \frac{y}{2} + 2y$

ก 8.  $8 + \frac{1}{2} = 8\frac{1}{2} \in \mathbb{R}$


ข 9.  $2a + b = b + 2a$

ง 10.  $a + 0 = a$

ก 11.  $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) + 3 = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{4} + 3\right)$

จ 12.  $\sqrt{8} + (-2\sqrt{2}) = 0$

ง 13.  $\left(-\frac{\pi}{2}\right) + 0 = -\frac{\pi}{2}$




ก 6) ถ้า  $2y = x + z$  และ  $x + z = 8$  แล้ว  $2y = 8$

จ 7) ถ้า  $2x = 6y$  แล้ว  $x = 3y$

ง 8) ถ้า  $x + 2 = 3y$  แล้ว  $x + 7 = 3y + 5$

ก 9) ถ้า  $5b = 5b$

ข 10) ถ้า  $4 + (-3) = 1$  แล้ว  $1 = 4 + (-3)$



3. จงหาอินเวอร์สการบวกของจำนวนต่อไปนี้

1) อินเวอร์สการบวกของ  $-\frac{1}{7}$  คือ  $\frac{1}{7}$

2) อินเวอร์สการบวกของ  $\sqrt{2} + 1$  คือ  $-\sqrt{2} - 1$

3) อินเวอร์สการบวกของ 1.732 คือ -1.732

4) อินเวอร์สการบวกของ  $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{5}$  คือ  $-\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{5}$

5) อินเวอร์สการบวกของ  $-3\sqrt{2}$  คือ  $3\sqrt{2}$

6) อินเวอร์สการบวกของ -2.71 คือ 2.71

7) อินเวอร์สการบวกของ  $|-3|$  คือ -3



# files Power Point (ต่อ) ทิศทางเหมือนหน้า 22

**สมบัติของระบบจำนวนจริงเกี่ยวกับการคูณ**

กำหนดให้  $a, b$  และ  $c$  เป็นจำนวนจริงใดๆ

- สมบัติปิดของการคูณ  $\rightarrow$  ถ้า  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริง แล้ว  $ab$  เป็นจำนวนจริงด้วย
- สมบัติการสลับที่ของการคูณ  $\rightarrow ab = ba$
- สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการคูณ  $\rightarrow a(bc) = (ab)c$
- สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการคูณ  $\rightarrow$  จำนวนจริงที่นำมาคูณกับจำนวนจริง  $a$  แล้วได้ผลลัพธ์เท่ากับ  $a$  เรียกจำนวนจริงที่นำมาคูณว่า เอกลักษณ์การคูณ ในระบบจำนวนจริง มีเอกลักษณ์การคูณจำนวนเดียว คือ 1

**ตัวอย่างที่ 2** จงหาอินเวอร์สการคูณของจำนวนต่อไปนี้

(1)  $-\frac{4}{5}$       (2)  $\sqrt{7}$       (3)  $\sqrt{5} + \sqrt{3}$

**วิธีทำ**

- อินเวอร์สการคูณของ  $-\frac{4}{5}$  คือ  $\frac{1}{-\frac{4}{5}} = -\frac{5}{4}$
- อินเวอร์สการคูณของ  $\sqrt{7}$  คือ  $\frac{1}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{7}$
- อินเวอร์สการคูณของ  $\sqrt{5} + \sqrt{3}$  คือ  $\frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} \times \frac{(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{(\sqrt{5} - \sqrt{3})}$   
 $= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2}$   
 $= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{5 - 3}$   
 $= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2}$

**5. สมบัติการมีอินเวอร์สของการคูณ**

จำนวนจริงที่คูณกับจำนวนจริง  $a$  แล้วได้ผลลัพธ์เป็น 1 คือ  $a^{-1}$  เรียก  $a^{-1}$  ว่าอินเวอร์สการคูณของ  $a$

**สมบัติการแจกแจง**

ถ้า  $a, b$  และ  $c$  เป็นจำนวนจริง  $a(b+c) = ab + ac$  และ  $(b+c)a = ba + ca$

**แบบฝึกเสริมทักษะที่ 1.3**

1. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้เป็นจริงตามสมบัติของระบบจำนวนจริงเกี่ยวกับการคูณ ข้อใด (กำหนดตัวแปรแต่ละตัวเป็นจำนวนจริง) โดยเลือกตัวอักษรหน้าสมบัติเดิมลงหน้าข้อความในแต่ละข้อให้ถูกต้อง

ก. สมบัติปิดของการคูณ	<input type="checkbox"/>	1. $1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
ข. สมบัติการสลับที่ของการคูณ	<input type="checkbox"/>	2. $\sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{2} \times \sqrt{3}$
ค. สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการคูณ	<input type="checkbox"/>	3. $\sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{6} \in \mathbb{R}$
ง. สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการคูณ	<input type="checkbox"/>	4. $2\sqrt{3} \times \frac{1}{2\sqrt{3}} = 1$
จ. สมบัติการแจกแจง	<input type="checkbox"/>	5. $\frac{1}{\sqrt{5}} \times \sqrt{5} = 1$

**ตัวอย่างที่ 1** กำหนดให้  $a, b$  และ  $c$  เป็นจำนวนจริง จงบอกสมบัติของจำนวนจริงที่แสดงว่า

- $(ab)c = a(bc)$   $\rightarrow$  สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการคูณ
- $1 \times a = a$   $\rightarrow$  สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการคูณ
- $\frac{4}{5} \times \frac{5}{4} = 1$   $\rightarrow$  สมบัติการมีอินเวอร์สของการคูณ


- $(5 \times 2) \times 7 = 5 \times (2 \times 7)$       ก
- $(-6) \times (-6)^{-1} = 1$       จ
- $1 \times 1 = 1$       ง
- $-\sqrt{5}x$  เป็นจำนวนจริง      ก
- $(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})^{-1} = 1$       จ
- $3(5 + 4) = (3 \times 5) + (3 \times 4)$       ข

## files Power Point (ต่อ) ทิศทางเหมือนหน้า 22

จ 12.  $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{10}} \times \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{6}} = 1$

ข 13.  $\frac{1}{2\sqrt{3}} + \frac{1}{2\sqrt{5}} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{5}} \right)$

ค 14.  $(3 - \sqrt{3})(a - 2b + 1) = (a - 2b + 1)(3 - \sqrt{3})$




2. จงหาอินเวอร์สการคูณของจำนวนต่อไปนี้

1) อินเวอร์สการคูณของ $-a$ คือ	<input type="text" value="- 1/a"/>
2) อินเวอร์สการคูณของ $\frac{1}{8}$ คือ	<input type="text" value="8"/>
3) อินเวอร์สการคูณของ $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ คือ	<input type="text" value="sqrt(3) + sqrt(2)"/>
4) อินเวอร์สการคูณของ $\frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ คือ	<input type="text" value="sqrt(5) - sqrt(3)"/>
5) อินเวอร์สการคูณของ $2\pi$ คือ	<input type="text" value="1/2pi"/>



6) อินเวอร์สการคูณของ $-5\sqrt{5}$ คือ	<input type="text" value="- sqrt(5)/25"/>
7) อินเวอร์สการคูณของ $4$ คือ	<input type="text" value="1/4"/>
8) อินเวอร์สการคูณของ $-\frac{2}{\sqrt{3}}$ คือ	<input type="text" value="- sqrt(3)/2"/>
9) อินเวอร์สการคูณของ $-1$ คือ	<input type="text" value="-1"/>
10) อินเวอร์สการคูณของ $-\sqrt{3}$ คือ	<input type="text" value="- sqrt(3)/3"/>







เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน  
เรื่อง จำนวนจริงและสมบัติของระบบจำนวนจริง

ข้อที่	คำตอบ
1.	ข.
2.	ก.
3.	ก.
4.	ค.
5.	ง.
6.	ก.
7.	ค.
8.	ข.
9.	ง.
10.	ค.



### เฉลยแบบฝึกเสริมทักษะที่ 1.1

1. ให้ระบุว่าจำนวนที่กำหนดให้เป็นจำนวนชนิดใดบ้าง โดยเขียนเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องว่าง

ข้อ	จำนวน	จำนวน ตรรกยะ	จำนวน อตรรกยะ	จำนวน เต็ม	จำนวน นับ	จำนวน จริง
1.	-1	✓		✓		✓
2.	0	✓		✓		✓
3.	$\frac{3}{5}$	✓				✓
4.	-1.36	✓				✓
5.	0.333...	✓				✓
6.	$\sqrt{2}$		✓			✓
7.	$\pi$		✓			✓
8.	$\sqrt{11}$		✓			✓
9.	-1.1412	✓				✓
10.	$\frac{22}{7}$	✓				✓
11.	$\sqrt{5} - \sqrt{5}$	✓		✓		✓
12.	$\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$	✓		✓	✓	✓
13.	$\sqrt[3]{-64}$	✓		✓		✓
14.	$\sqrt{(-5)^2}$	✓		✓	✓	✓
15.	$\sqrt{25} - \sqrt{9}$	✓		✓	✓	✓
16.	$2\sqrt{7}$		✓			✓
17.	1.732	✓				✓
18.	0.101001...		✓			✓

2.

ข้อ	คำตอบ
1)	✓
2)	✓
3)	✗
4)	✗
5)	✓
6)	✗
7)	✗
8)	✓
9)	✓
10)	✗
11)	✓
12)	✗
13)	✗
14)	✗



## เฉลยแบบฝึกเสริมทักษะที่ 1.2

1.

ข้อ	คำตอบ
1)	ก
2)	ข
3)	ง
4)	ค
5)	จ
6)	ค
7)	จ
8)	ง
9)	ก
10)	ข



2.

ข้อ	คำตอบ
1)	ก
2)	ข
3)	ง
4)	จ
5)	ค
6)	จ
7)	ข
8)	ก
9)	ข
10)	ง
11)	ค
12)	จ
13)	ง

3.

ข้อ	คำตอบ
1)	$\frac{1}{7}$
2)	$-\sqrt{2}-1$
3)	-1.732
4)	$-\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{5}$
5)	$3\sqrt{2}$
6)	2.71
7)	-3

**เฉลยแบบฝึกเสริมทักษะที่ 1.3**

1.

ข้อ	คำตอบ
1)	ง
2)	บ
3)	ก
4)	จ
5)	จ
6)	ค
7)	จ
8)	ง
9)	ก
10)	จ
11)	ช
12)	จ
13)	ช
14)	บ

2.

ข้อ	คำตอบ
1)	$-\frac{1}{a}$
2)	8
3)	$\sqrt{3} + \sqrt{2}$
4)	$\sqrt{5} - \sqrt{3}$
5)	$\frac{1}{2\pi}$
6)	$-\frac{\sqrt{5}}{25}$
7)	$\frac{1}{4}$
8)	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
9)	- 1
10)	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$





เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน  
เรื่อง จำนวนจริงและสมบัติของจำนวนจริง

ข้อที่	คำตอบ
1.	ง.
2.	ก.
3.	ก.
4.	ข.
5.	ข.
6.	ง.
7.	ข.
8.	ก.
9.	ง.
10.	ก.



**ตารางบันทึกคะแนน**  
**การทำแบบฝึกเสริมทักษะคณิตศาสตร์**  
**เรื่อง ระบบจำนวนจริง**

ชื่อ.....  
โรงเรียน.....ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/.....เลขที่.....

**เล่มที่ 1 จำนวนจริงและสมบัติของระบบจำนวนจริง**

**ตารางบันทึกคะแนนการสอบ**

แบบทดสอบ	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้	หมายเหตุ
ก่อนเรียน	10		
หลังเรียน	10		
ผลการพัฒนา			

**ตารางบันทึกคะแนนการทำแบบฝึกเสริมทักษะ**

แบบฝึกเสริมทักษะ	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้	หมายเหตุ
แบบฝึกเสริมทักษะที่ 1.1	32		
แบบฝึกเสริมทักษะที่ 1.2	30		
แบบฝึกเสริมทักษะที่ 1.3	24		
รวมคะแนน	86		

เกณฑ์การให้คะแนน  
การทำแบบฝึกเสริมทักษะคณิตศาสตร์  
เรื่อง ระบบจำนวนจริง

เล่มที่ 1 จำนวนจริงและสมบัติของระบบจำนวนจริง

มีเกณฑ์ดังนี้   ตอบถูกได้ 1 คะแนน  
                          ตอบผิดได้ 0 คะแนน



## บรรณานุกรม

- กนกวลี อุษณกรกุล และระณชัย มาเจริญทรัพย์. แบบฝึกหัดและประเมินผลการเรียนรู้  
คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ช่วงชั้นที่ 4 ม.4 เล่ม 1. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์  
เดอะบุคส์ จำกัด, 2553.
- กนกวลี อุษณกรกุล และระณชัย มาเจริญทรัพย์. แบบฝึกหัดและประเมินผลการเรียนรู้  
คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.4 เล่ม 1. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์เดอะบุคส์  
จำกัด, 2553.
- กมล เอกไทยเจริญ. คณิตศาสตร์ ม.4 เล่ม 1 สารการเรียนรู้พื้นฐาน.  
กรุงเทพมหานคร : ไฮเอ็ดพับลิชชิง, 2537.
- กิตติ พัฒนตระกูลสุข. หนังสือเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6. กรุงเทพมหานคร : เสมาธรรม, 2546.
- จักรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง. คู่มือสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ ม. 4 เล่ม 1.  
กรุงเทพมหานคร: พ.ศ. พัฒนา จำกัด, 2549.
- สมัย เหล่าวานิชย์. คณิตศาสตร์ ม. 4 เล่ม 1. กรุงเทพมหานคร : ไฮเอ็ดพับลิชชิง,  
มปป.
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. กระทรวงศึกษาธิการ.  
หนังสือรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.  
กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, 2557.